MATEMÁTICA BÁSICA

LUIS MIGUEL
MOLINA HERRERA

Diseño de carátula y edición:
D.I. Santa de la Caridad Ruiz Crespo

Dirección editorial:
Dr.C. Blas Yoel Juanes Giraud

ISBN: 978-9942-7209-6-2

ISBN: 978-9942-7209-8-6

9 789942 720986

YOL Editorial
Pedro Vicente Maldonado y Vicente Andrade, 2-18, Quito, Ecuador.
http://www.yoleditorial.com
E-mail: consejo@yoleditorial.com

YOL
EDITORIAL

MATEMÁTICA BÁSICA

LUIS MIGUEL MOLINA HERRERA

TABLA DE
CON
TENIDO

ÍNDICE

ÍNDICE

.03

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

SUMILLA DE LA ASIGNATURA

Sumilla de la asignatura

La matemática es un área fundamental y herramienta de apoyo indispensable para el desempeño de todo profesional y parte integral de la formación académica en diferentes áreas del saber ya que ayuda a ser lógicos, a razonar ordenadamente y a tener una mente preparada para el pensamiento, la crítica y la abstracción. En el ámbito mundial ha sido la fuerza motora en los procesos de la civilización de todos los tiempos y es el soporte para la comprensión, interpretación de las leyes y efectos; están presentes en cualquier faceta de nuestra vida diaria: el uso de los cajeros automáticos de un banco, las comunicaciones por telefonía móvil, la predicción del tiempo, las nuevas tecnologías, la arquitectura, e incluso, en una obra de arte, en la música, en la publicidad, en el cine o en la lectura de un libro.

La matemática básica abarca temas fundamentales de la aritmética, el álgebra y la geometría, que forman parte de los currículos académicos y que son indispensables para que el estudiante curse eficientemente materias subsecuentes. La asignatura está orientada a capacitar en el manejo y solución de diferentes operaciones aritméticas o algebraicas, por medio del uso de números, letras y signos.

Las operaciones básicas que se abordan en general son sumas, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación, logaritmos con expresiones algebraicas y numéricas. Otros temas que se abordan de manera general son las proporciones y reglas de tres, que permiten al estudiante relacionar diferentes variables y sus correspondencias. Además de los métodos y teoremas matemáticos se desarrolla destrezas enfocadas al entendimiento y relación de los sistemas de medidas.

Por otro lado, uno de los ejes transversales a usarse en la materia es el trabajo colectivo, mismo que, ligado a los conocimientos básicos de matemáticas, buscan generar un espíritu cooperativo entre los estudiantes como entes activos de la clase y la sociedad.

Estos conocimientos permiten desarrollar y potenciar el pensamiento lógico y abstracto, entender diferentes problemas planteados dentro de su carrera y la forma de resolver los mismos.

Competencias

Competencias Generales

- Utilizar y gestionar información bibliográfica, recursos informáticos o de Internet en el de estudio de la Matemática.
- Capacidad de análisis y síntesis para la resolución de casos prácticos.
- Trabaja en equipo.
- Emprendedor con su trabajo.
- Cumple eficientemente con sus tareas.
- Comunicar sus conclusiones, conocimientos y argumentos que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- Capacidad de reunir e interpretar datos relevan para emitir juicios que incluyan una reflexión de índole social, científica o ética.

Competencias Básicas

- Aplica métodos y reglas de matemáticas básicas.
- Comprende la información de acuerdo con el contexto.
- Identifica variables, datos y preguntas en una situación planteada.
- Relaciona las variables para dar respuesta a las preguntas planteadas.

- Selecciona el método apropiado al problema y dar solución adecuada.
- Modela en forma matemática un problema propuesto.
- Utiliza diferentes estrategias para comprobar que la respuesta obtenida es apropiada al problema.

Competencias Específicas

- Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigue
- Validar procedimientos y resultados.
- Saber extraer propiedades estructurales (de la realidad observada), distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

Objetivo de la Asignatura

Desarrollar la capacidad para pensar, razonar, comunicar e interpretar información sobre fenómenos reales conocidos y susceptible de ser matematizados.

Logros del aprendizaje

- Soluciona problemas matemáticos utilizando los principios fundamentales de la matemática.

- Desarrolla el razonamiento lógico y matemático.
- Manejar con mucha claridad los procesos aritméticos y algebraicos.
- Utilizar métodos matemáticos en forma adecuada y pertinente para la solución de problemas.
- Problemas de aplicación necesarios en otras asignaturas.

Orientaciones Generales

Estimados estudiantes

¡Bienvenidos a la asignatura! Esta guía está estructurada de tal manera para que el contenido de cada unidad sea fácil de entender, para que tus estudios sean exitosos y alcances tus objetivos de aprendizaje. Con esta guía aprenderás a comprender y analizar la información concerniente a la materia desarrollada en clase y complementar la misma con trabajo autónomo de aprendizaje. Para ello te remendamos lo siguiente:

- Organiza tu tiempo: Dedica tiempo regular a estudiar y repasar la clase, estableciendo un horario fijo y cumpliéndolo.
- Participa activamente: Realiza ejercicios prácticos y participa en discusiones para reforzar tu comprensión. Consulta los textos de consulta en el PEA que lo encuentras en el Aula Virtual.
- Practica el aprendizaje colaborativo: Trabaja en equipo con compañeros de clase para discutir conceptos, resolver problemas y compartir conocimientos.
- Consulta recursos adicionales: Utiliza libros de texto, tutoriales en línea y otros recursos para complementar tu aprendizaje.
- Consultas: No dudes en pedir ayuda si tienes dudas o dificultades con algún tema. Utiliza recursos como el profesor o compañeros de clase para aclarar tus dudas.

UNIDAD 1
NÚMEROS REALES

Unidad 1: Números Reales

Introducción

Los números reales constituyen una parte fundamental de la Matemática y tienen una amplia aplicación en diversas ramas de la ciencia: física, ingeniería y ciencias económicas y sociales. En este contexto, es muy importante entender la naturaleza y las propiedades de los números reales para poder utilizarlos de manera efectiva en diferentes contextos.

Comprender los números reales es esencial para desarrollar habilidades matemáticas sólidas y para aplicar conceptos matemáticos en situaciones cotidianas y profesionales, así como desarrollar destrezas y habilidades para la resolución de problemas.

En esta unidad, exploraremos las características de los números reales, incluyendo su representación en la recta numérica, las operaciones básicas que se pueden realizar con ellos, como la suma, resta, multiplicación y división, así como propiedades más avanzadas como potenciación, radicación y los logaritmos.

Definición de Número y Clasificación

¿Qué es número? ¿Cuál es su significado?

En la vida cotidiana, estas representaciones las usamos constantemente, sin percatarnos realmente del significado de esa palabra: **NÚMERO.**

2 libras de pollo, 45 centavos del pasaje del metro, 460 dólares de sueldo básico… cada una de estas expresiones contiene un número. Del latín numĕrus, este término se refiere a la expresión

de una cantidad con relación a su unidad (Péres Porto & Merino, 2023).

Esta expresión nos ayuda a representar cantidades y a compararlas sin necesidad de tener los objetos delante. Tenemos la noción de lo que significa 45 centavos, sin tener en nuestras manos esta unidad, en este caso, dinero. Dentro de la matemática, los números se encuentran clasificados en varios subconjuntos.

Números Naturales (*N*)

Los números naturales son los primeros en familiarizarnos desde niños: 0,1,2,3,4, ..., 50,51,..., 105,106..., etc., es decir, son números positivos (implícitamente, tienen el signo (+) delante de la cifra).

Números Enteros (*Z*)

¿Qué pasaría si añadimos un signo negativo (-) a los números naturales? Pues, estos números se convierten en ENTEROS, y este subconjunto contiene tanto a los números naturales positivos como a los negativos: -100, -25, -10, -2, 0,2,5,7,...etc.

Eso quiere decir, que los Números Naturales son un subconjunto de los Números Enteros.

Números Racionales (*Q*)

En este subconjunto, además de contener a los números enteros, contiene los números decimales finitos $(ej.: 0.25, 1.756, 4.12)$, como a las fracciones $\left(ej.: \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{9}{4}, \frac{1}{3}\right)$ y también a los números periódicos (número con parte fraccionaria que tiene un período en su expansión decimal: 0.3333333…).

Números Irracionales (*I*)

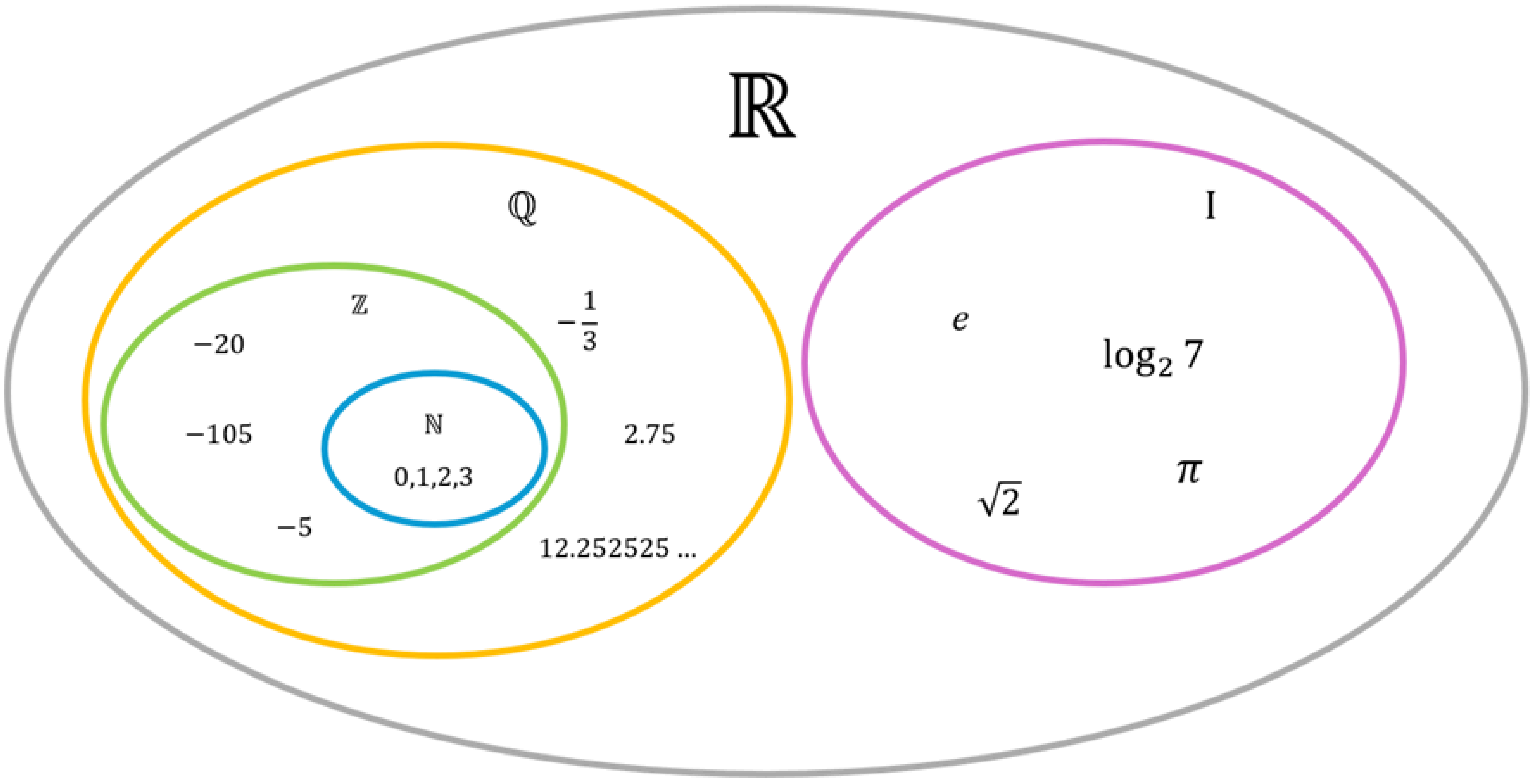
Los números irracionales contienen el resto de los números que no encajan en los números racionales. Los resultados no exactos de raíces y logaritmos, y números especiales y conocidos: (número neperiano) equivalente a 2,7182818284..., y el famoso número *pi* (3.14159265357989323846...)

La unión de los subconjuntos de los Racionales, y los Irracionales, forman el gran conjunto de los ***NÚMEROS REALES.***

De acuerdo con la Figura 1, el conjunto de los Números Reales se compone de la siguiente manera:

Figura 1

Conformación del conjunto de los Números Reales



Ejemplo

a) Se tiene el número **8**. Clasificar en todos los subconjuntos posibles.

Revisando las definiciones, se tiene que el número **8** es un número **natural**, que también pertenece al subconjunto de los números **enteros**, y a su vez, al subconjunto de los números racionales. Por lo tanto:

$$\mathbf{8}: \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$$

b) Clasificar el número $-\sqrt{\mathbf{16}}$

Si vamos directo a la definición del subconjunto de los números irracionales, se podría decir que pertenece ahí. Sin embargo, al operar el número, se tiene que:

$$-\sqrt{\mathbf{16}} = -\mathbf{4}$$

Por lo tanto, los subconjuntos a los cuales pertenece el número son:

$$-\sqrt{\mathbf{16}}: \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$$

Escribir los subconjuntos a los cuales pertenece el número $\sqrt[3]{\mathbf{2}}$

Al operar este número, se tiene que el resultado no es exacto (un número entero, natural o con decimales finitos), por lo tanto, quedaría de la siguiente manera:

$$\sqrt[3]{\mathbf{2}}: \mathbf{I}$$

Autoevaluación

Con base a los ejemplos realizados anteriormente, clasificar los siguientes números:

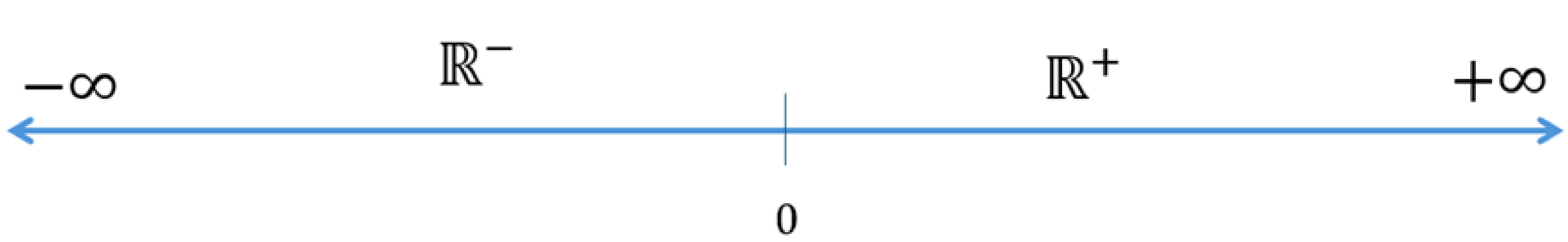
1020	0,123 ...	$-\frac{1}{3}$	$\log_3 5$
$-\frac{25}{5}$	$\frac{9}{5}$	22	0.125
$\sqrt{4}$	π	0	-4.75

La Recta Numérica

La recta numérica es la representación del orden de todo el conjunto de los Números Reales (Pérez Porto & Gardey, 2021). Es una línea recta, donde en el centro se ubica el número cero (0). A la derecha del cero, se encuentran los números reales positivos, mientras que a la izquierda se encuentran los números reales negativos (Figura 2).

Figura 2

La recta numérica

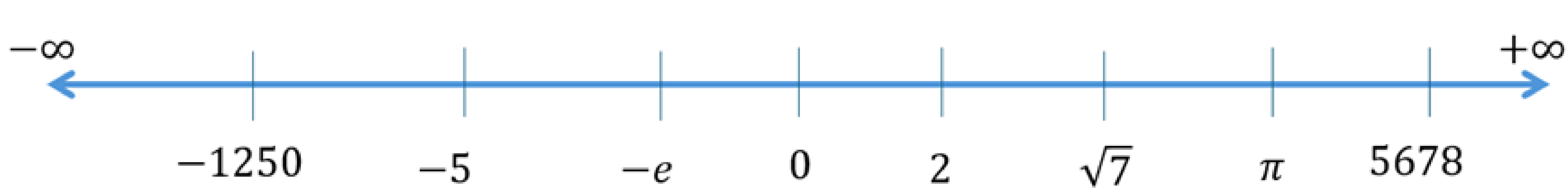


Ejemplo

Colocar en la recta numérica, los siguientes números:

$$2, -5, \pi, -e, \sqrt{7}, -1250, 5678$$

Solución:



Autoevaluación

Colocar en la recta numérica:

1020	0,123 ...	$-\frac{1}{3}$	$-\sqrt{12}$
$-\frac{25}{5}$	$\frac{9}{5}$	22	0.125

Operaciones Básicas con los Números Reales

El conjunto de los Números Reales cumple con las operaciones matemáticas básicas: adición – sustracción, multiplicación y división.

Adición

La adición o suma (+), es la operación matemática que reúne varias cantidades en una sola (Westreicher & López, 2020). Las propiedades de la adición son:

Asociativa

Cuando se suma tres o más números, el resultado es el mismo independientemente del orden en que se sumen los sumandos.

$$\mathbf{5 + (7 + 11) = (5 + 7) + 11 = 23}$$

Conmutativa

Cuando se suman dos o más números, el resultado es el mismo independientemente del orden de los sumandos.

$$\mathbf{9 + 2 + 8 = 8 + 9 + 2 = 19}$$

Distributiva

La suma de dos números multiplicada por un tercer número es igual a la suma de cada sumando multiplicado por el tercer número.

$$\mathbf{3 \times (10 + 2) = 3 \times 10 + 3 \times 2 = 36}$$

Elemento neutro

El elemento neutro de la suma es el Cero (0). La suma de cualquier número y el cero es igual al número original.

$$7 + 0 = 7$$

Multiplicación

La multiplicación es la operación matemática que consiste en añadir o sumar un número varias veces (Westreicher & López, 2020). Por ejemplo, 4+5 , equivale a sumar 4 veces el número 5: 5+5+5+5.

Las propiedades de esta operación son:

Conmutativa

El orden de los factores no varía el producto

$$7x8=8x7=56$$

Asociativa

El modo de agrupar los factores no varía el resultado de la multiplicación.

$$3 \text{ x } (5x4) = 3 \text{ x } 20 = 60$$

$$(3 \text{ x } 5) \text{ x } 4 = 15 \text{ x } 4 = 60$$

Distributiva

La multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos.

$$4 \text{ x } (7 + 2) = 4 \text{ x } 7 + 4 \text{ x } 2$$

Factor común

Es el proceso inverso a la propiedad distributiva.

$$4 \text{ x } 7 + 4 \text{ x } 2 = 4 \text{ x } (7+2)$$

Elemento neutro

El elemento neutro de la multiplicación es el Uno (1). Cualquier número multiplicado por 1 es igual al mismo número.

$$1000 \times 1 = 1000$$

División

La división es la operación matemática que consiste en separar en partes iguales un total (Asth, 2023). En contraparte con la suma y la multiplicación, la división no cumple con las propiedades antes mencionadas.

- No cumple con la propiedad conmutativa.

$$12 \div 4 = 3 \quad \neq \quad 4 \div 12 = 0.3 \ldots$$

- No cumple con la propiedad asociativa

$$10 \div (5 \div 2) = 10 \div 2.5 = 4 \quad \neq \quad (10 \div 5) \div 2 = 2 \div 2 = 1$$

- El elemento neutro de la división es el 1

$$5 \div 1 = 5$$

Para la división por cero, se tiene algunas consideraciones:

- Si se divide cero para un número cualquiera, excepto el cero, el resultado es CERO.

$$0 \div 12 = 0$$

- Si un número se divide para cero, la operación no está determinada, o no existe.

$$9 \div 0 = indeterminado$$

Jerarquización de operaciones

La jerarquización de operaciones son reglas que establecen la secuencia o el orden en el que deben ser resueltas las operaciones combinadas en una expresión matemática (Mundo Primaria, s.f.).

Las reglas son las siguientes:

(1) Exponentes y signos de agrupación.

(2) Resolver primero las divisiones y las multiplicaciones.

(3) Luego resolver las adiciones (sumas) o las sustracciones (restas).

(4) Siempre resolver de izquierda a derecha.

Ejemplo

Resolver la siguiente expresión:

$$100 + 8 \times 3^2 - 63 \div (2 + 5)$$

- Al observar la expresión, se tiene exponentes y paréntesis, resolviendo:

$$100 + 8 \times 3^2 - 63 \div (2 + 5) \quad \rightarrow \quad 100 + 8 \times 9 - 63 \div 7$$

- Luego, se resuelve las multiplicaciones y divisiones:

$$100 + 8 \times 9 - 63 \div 7 \quad \rightarrow \quad 10 + 72 - 9$$

- Finalmente, resolvemos las sumas y restas:

$$100 + 72 - 9 \quad \rightarrow \quad \mathbf{163}$$

Autoevaluación

Aplicando las reglas de jerarquización de operaciones, resolver las siguientes expresiones:

1) $$\frac{3}{2} - 5(3 - 4)^3 + 2^3 \div 4 \times 3$$

2) $$0{,}75 - \left[2 - \left(4 \div \frac{1}{2} - 5 \times 2\right) + 3^2\right] + 64 \div 4$$

3) $$40 \div 5 \times 5 + 6 \div 2 \times 3 + 4 - 5 \times 2 \div 10$$

4) $$[(17 - 15)^3 + (7 - 12)^2] \div [(6 - 7) \times (12 - 23)]$$

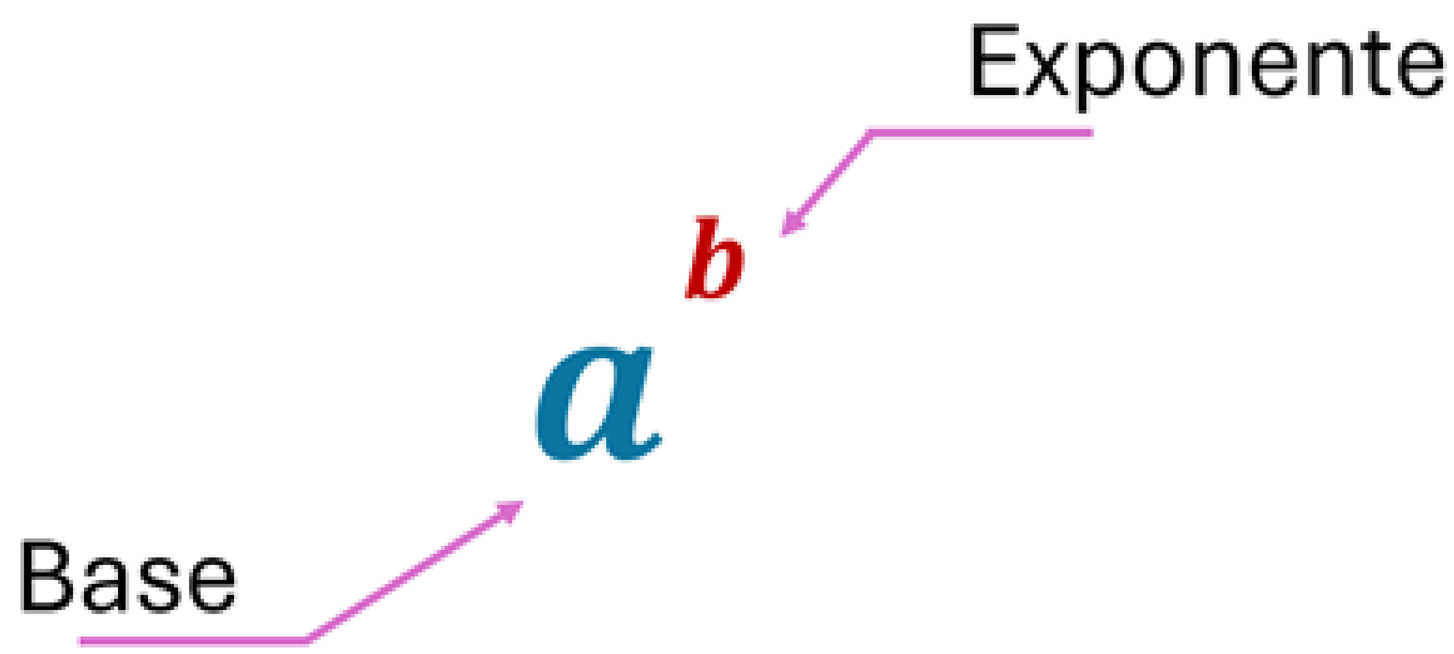
Potenciación

La Potenciación es la operación matemática que consiste en multiplicar un número por sí mismo, tantas veces lo indique otro número.

En la Figura 3, se puede observar la composición de la Potenciación. El número grande se denomina **BASE**, y el número pequeño ubicado arriba, **EXPONENTE**.

Figura 3

Estructura de la potenciación



Si se tiene el número 3^4, significa que la base "3", se debe multiplicar "4" veces:

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

Cuando se requiera operar estos números, si bien se puede escribir el resultado de la potenciación, a veces estos resultados pueden ser muy grandes, por lo que se requiere de propiedades que faciliten dichas operaciones.

Propiedades de la potenciación

Propiedad	Aplicación
Multiplicación de bases iguales	$a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$
División de bases iguales	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Potencia de potencia	$(a^m)^n = a^{m\times n}$
Pasar de exponente negativo a positivo	$\frac{a^m}{b^n} = \frac{b^{-n}}{a^{-m}}$

Nota: La tabla muestra las propiedades de la potenciación y su aplicación

Para la última propiedad, no es necesario que exista una división. En algunas ocasiones si el resultado es un exponente negativo, y hay que expresar en exponente positivo, se aplica de igual manera:

$$a^{-m} = \frac{a^{-m}}{1} = \frac{1}{a^m}$$

Observaciones

Dentro de la potenciación, se tiene algunas consideraciones:

- El número 1, elevado a cualquier exponente, es igual a 1.

$$1^2 = 1^{-5} = 1$$

- Cualquier número, diferente de cero, elevado a cero, es igual a 1.

$$12^0 = 1$$

- El cero elevado a exponente cero, es indeterminado.

$$0^0 = indeterminado$$

Ejemplos

1) Aplicando las propiedades de la Potenciación, resolver el siguiente ejercicio:

$$\frac{(3^2)^3\ (3^3)^4}{3^7}$$

En primer lugar, resolveremos el término del numerador. Si observamos, tenemos la propiedad Potencia de potencia:

$$\frac{(3^2)^3\ (3^3)^4}{3^7} \rightarrow \frac{3^{2\times 3}\ \ 3^{3\times 4}}{3^7} \rightarrow \frac{3^6\ \ 3^{12}}{3^7}$$

En el numerador, tenemos Multiplicación de bases iguales:

$$\frac{3^6\ \ 3^{12}}{3^7} \rightarrow \frac{3^{6+12}}{3^7} \rightarrow \frac{3^{18}}{3^7}$$

Finalmente, aplicamos la propiedad de División de bases iguales:

$$\frac{3^{18}}{3^7} \rightarrow 3^{18-7} \rightarrow \mathbf{3^9}$$

1) Aplicando las propiedades de Potenciación, resolver el siguiente ejercicio:

$$\frac{5^7\ \ (2^3)^8\ \ 5^3}{(2^2)^6\ \ (5^2)^{10}}$$

En este ejercicio tenemos dos bases: 2 y 5. De la misma forma que el ejercicio anterior, se resuelve el numerador. Tenemos dos casos, Potencia de potencia con la base 2, y Multiplicación de bases igual con la base 5. En el caso del denominador, tenemos para ambas bases Potencia de potencia:

$$\frac{5^7\ \ (2^3)^8\ \ 5^3}{(2^2)^6\ \ (5^2)^{10}} \rightarrow \frac{5^{7+3}\ \ 2^{3\times 8}}{2^{2\times 6}\ \ 5^{2\times 10}} \rightarrow \frac{5^{10}\ \ 2^{24}}{2^{12}\ \ 5^{20}}$$

Ahora, tenemos División de bases iguales:

$$\frac{5^{10} \quad 2^{24}}{2^{12} \quad 5^{20}} \rightarrow 5^{10-20} \quad 2^{24-12} \rightarrow 5^{-10} \quad 2^{12}$$

Como se tiene una potencia negativa, puede bajar (es decir, pasar a ser denominador), y cambia el signo del exponente:

$$5^{-10} \quad 2^{12} \rightarrow \frac{2^{12}}{5^{10}}$$

Autoevaluación

Con base a los ejemplos, y teniendo en cuenta las propiedades de Potenciación, resolver los siguientes ejercicios:

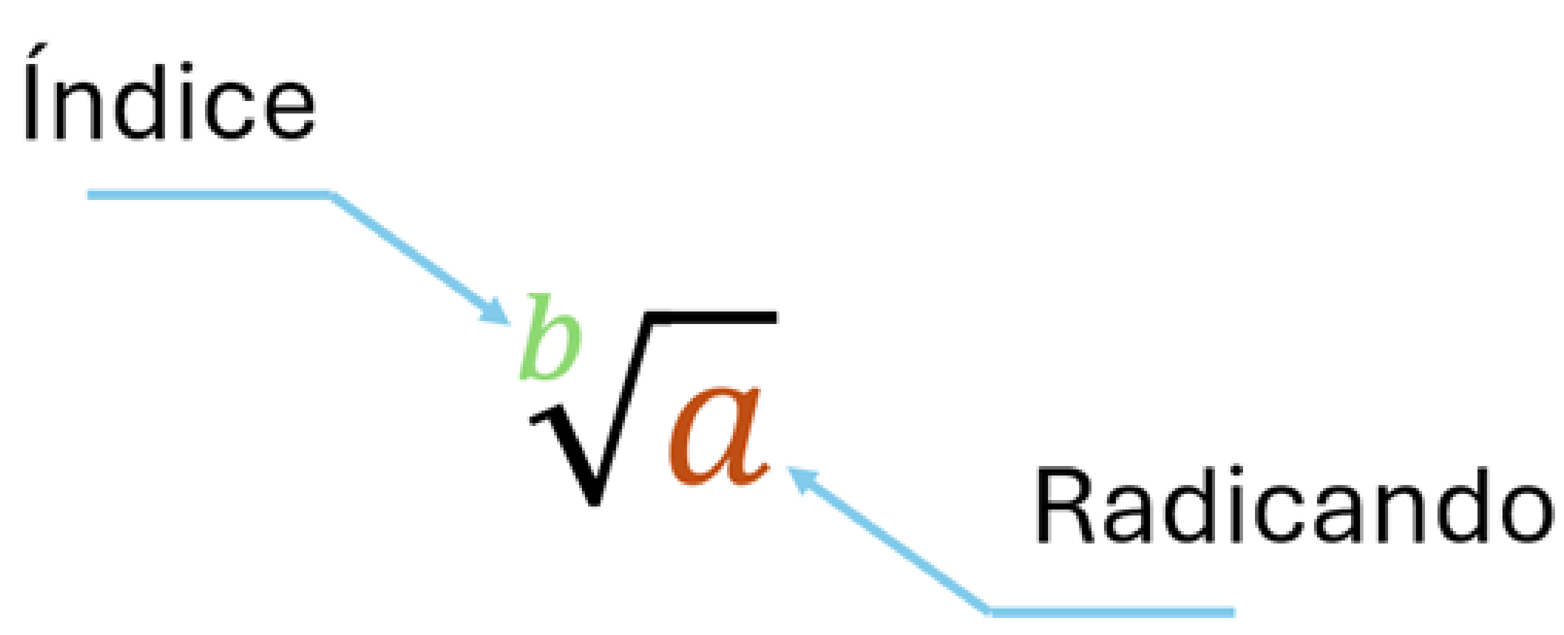
$$\frac{(2^5)^4 \;\; (2^4)^9}{(2^3)^{12}} \qquad \frac{(6^7)^0 \;\; (6^3 \;\; 6^2)^3}{(6^2 \;\; 6^7)^2} \qquad \frac{((10^3)^2)^{\frac{1}{2}}}{10^5}$$

$$\frac{(3^5)^9 \;\; (8^7)^2}{((3^2)^2)^2 \;\; 8^{15}} \qquad \frac{(((7^3)^0)^{167})^9}{((10)^{-2})^{12}} \qquad 4^3 \;\; 4^7 \;\; 4^{-41} \;\; 4^3$$

Radicación

La radicación es la operación inversa a la potenciación, y consiste en que, dados dos números llamados radicando e índice, hallar un tercero llamado raíz ().

Figura 4
Estructura de la radicación



Propiedades de la radicación

Al igual que la potenciación, la radicación tiene las siguientes propiedades:

Tabla 2

Propiedades de la radicación.

Propiedad	Aplicación
Raíz de un producto	$\sqrt[b]{a \times c \times d} = \sqrt[b]{a} \times \sqrt[b]{c} \times \sqrt[b]{d}$
Raíz de una división	$\sqrt[b]{\frac{a}{c}} = \frac{\sqrt[b]{a}}{\sqrt[b]{c}}$
Raíz de una raíz	$\sqrt[a]{\sqrt[b]{c}} = \sqrt[a \times b]{c}$
Raíz a potencia	$\sqrt[b]{a^c} \quad \rightarrow \quad a^{\frac{c}{b}}$

Nota: La tabla muestra las propiedades de la radicación y su aplicación.

Autoevaluación

Aplicar todas las propiedades de Radicación correspondientes en cada uno de los ejercicios:

$\sqrt[4]{(3^2)(5^3)}$ $\qquad$ $\sqrt[6]{\frac{(2^3)}{3}}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt{(3^5)}}}$

$\sqrt[9]{5^2}$ $\qquad$ $\sqrt[15]{3^{12}}$ $\qquad$ $\sqrt[5]{7^3}$

Logaritmo

El logaritmo es el exponente al cual se necesita elevar una cantidad positiva para obtener como resultado un cierto número.

Definición:

El logaritmo en base ***b*** del argumento ***a***, es:

$$\log_b a = c \quad \leftrightarrow \quad b^c = a$$

Donde:

a: debe ser un número positivo diferente de 1.

b: siempre número positivo (a > 0).

c: la respuesta del logaritmo.

Propiedades de los logaritmos

Tabla 3

Propiedades de los logaritmos.

Propiedad	Aplicación
Logaritmo de un producto	$\log_b(m \times n \times p) = \log_b m + \log_b n + \log_b p$
Logaritmo de una división	$\log_b\left(\frac{m}{n}\right) = \log_b m - \log_b n$
Logaritmo de una potencia	$\log_b m^n = n \times \log_b m$
Logaritmo de la unidad	$\log_b 1 = 0$, para cualquier base b distinta de "1"
Logaritmo de la base	$\log_b b = 1$
Logaritmo de una raíz	$\log_b \sqrt[n]{m^p} = \frac{p}{y}\log_b m$
Exponente en la base	$\log_{b^n} m = \frac{1}{n}\log_b m$
Base fraccionaria	$\log_{\frac{1}{b}} m = -\log_b m$
Cambio de base	$\log_b m = \frac{\log_x m}{\log_x b}$

Caso especial:

Si $\log_1 1$, se debe resolver por la propiedad del Logaritmo de la unidad.

Nota: La tabla muestra las propiedades de los logaritmos y su aplicación. Recuerde, que las propiedades se aplican de izquierda a derecha, y viceversa.

Ejemplos

a) Aplicando propiedades de logaritmos, escriba en un solo logaritmo la siguiente expresión:

$$\log_a z - 5\log_a y + \frac{1}{2}\log_a x$$

Como se puede observar, todos los logaritmos tienen la misma base, por lo tanto, se puede aplicar las propiedades.

Se tiene coeficientes, por lo que se puede aplicar la propiedad de potencia:

$$\log_a z - 5\log_a y + \frac{1}{2}\log_a x \quad \rightarrow \quad \log_a z - \log_a y^5 + \log_a x^{\frac{1}{2}}$$

Al estar en suma y resta, se puede asociar de tal manera que se pueda aplicar el logaritmo de un producto o logaritmo de una división:

$$\left(\log_a z + \log_a x^{\frac{1}{2}}\right) - \log_a y^5 \quad \rightarrow \quad \log_a\left(z \cdot x^{\frac{1}{2}}\right) - \log_a y^5$$

$$\log_a\left(z \cdot x^{\frac{1}{2}}\right) - \log_a y^5 \quad \rightarrow \quad \log_a\left(\frac{z \cdot x^{\frac{1}{2}}}{y^5}\right)$$

b) Aplicando propiedades de logaritmos, resuelva el siguiente ejercicio:

$$\log_2 32 - 2\log_3 9 + \frac{1}{2}\log_4 16 - \log_5 25$$

En este ejercicio, se debe aplicar las propiedades de tal manera que el resultado sea numérico. Observemos las bases y los argumentos de cada uno de los logaritmos, y podrá deducir que se puede expresar en potencia: $\mathbf{32 = 2^5}$. . Entonces apliquemos para todos los logaritmos:

$$\log_2 2^5 - 2\log_3 3^2 + \frac{1}{2}\log_4 4^2 - \log_5 5^2$$

Se ha realizado una equivalencia de los argumentos en base de cada uno de los logaritmos. Se tiene potencias, aplicando la propiedad queda de la siguiente manera:

$$5\log_2 2 - 2 \times 2\log_3 3 + \frac{1}{2} \times 2\log_4 4 - 2\log_5 5$$

Cada uno de los logaritmos: $\log_2 2, \log_3 3, \log_4 4, \log_5 5$ tienen la misma base con su argumento. De acuerdo con la propiedad de la base, el resultado es "**1**".

$$5 \times 1 - 2 \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 - 2 \times 1$$

Expresado en valor numérico, resolvemos el ejercicio:

5 - 4 + 1 - 2 = 0

Autoevaluación

a) Aplicando propiedades de logaritmos, exprese en uno solo las siguientes expresiones:

1) $\log_z a^2 - 3\log_z b^2 - 2\log_z c$

2) $4\log_3 m^2 - \frac{1}{2}\log_3 n^5 + 7\log_3 p$

3) $2\log_5 t - 3\log_5 r - 5\log_5 s^2 \; + \log_5 q$

4) $\log_2(a+b) - 3\log_2 c^2 + \log_2(d+f)$

5) $\frac{1}{3}\log_w x^3 + \log_w y^2 + \frac{1}{4}\log_w z^2$

b) Aplicando propiedades de logaritmos, resuelva el siguiente ejercicios:

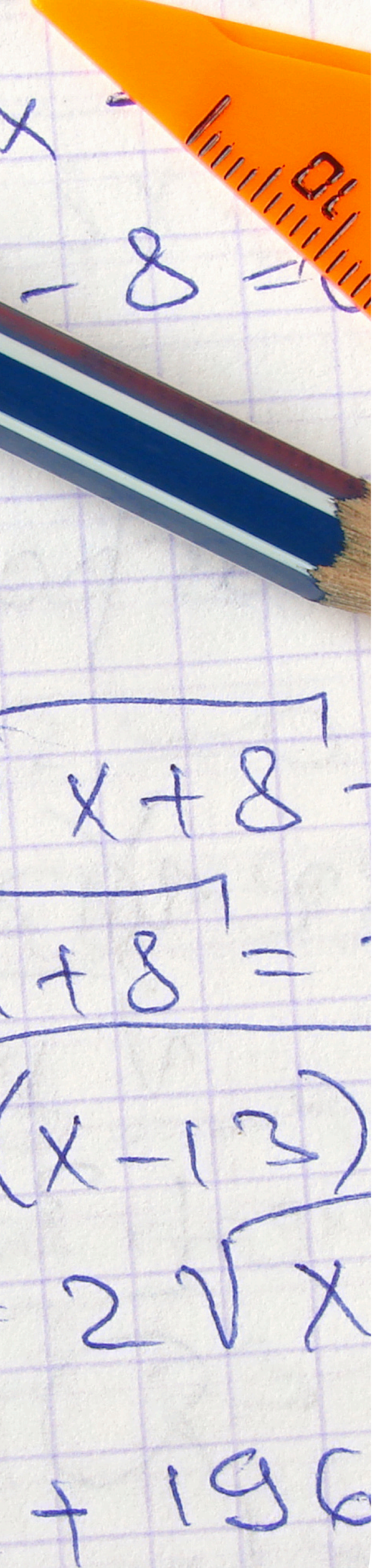
1) $\log_3 81 - \frac{1}{2}\log_4 64 + 3\log_5 125$

2) $\log_2 64 - 2\log_{11} 121 + 5\log_6 36$

3) $\log_9 81 - 5\log_2 16 - 3\log_1 1 - 7$

4) $\log_2 128 - 5 + \log_3 81$

5) $2\log_2(\log_3 9) - 7\log_7 49 + \frac{1}{4}\log_8 64$



UNIDAD 2
ÁLGEBRA

Unidad 2: Álgebra

Introducción

El álgebra es una rama fundamental de las matemáticas que se centra en el estudio de las relaciones y operaciones entre cantidades desconocidas representadas por letras y símbolos. Esta disciplina es ampliamente utilizada en diversas ramas de la ciencia, como la Física, Química, Ingenierías en general y ciencias económicas.

El desarrollo del álgebra se remonta a la antigua civilización babilónica y egipcia, pero su formulación moderna se atribuye a matemáticos como Al-Khwarizmi en el siglo IX y François Viète en el siglo XVI. Desde entonces, el álgebra ha evolucionado y se ha convertido en la base para la resolución de problemas complejos y en la formulación de teorías matemáticas avanzadas.

En esta introducción al álgebra, conoceremos los conceptos básicos del Álgebra: operaciones, desarrollo de expresiones y ejercicios de aplicación.

Polinomio

Expresión algebraica

Una expresión algebraica es un término matemático compuesto por un coeficiente (número) y una o varias letras (variables). Estas variables pueden contener exponentes.

Un ejemplo de expresión algebraica es el siguiente:

$$-5x^2y^5z$$

De esta expresión, -5 es el número, *x, y, z* las variables, con sus respectivos exponentes.

Definición de polinomio

Un polinomio es una expresión algebraica con dos o más términos.

$$3a^2b - 5ab^2, 9m^3 + 7m^2n - 10mn^2 + n^3$$

Son ejemplos de polinomios. Como se puede observar, contiene varias expresiones algebraicas, y su conjunto se denomina **POLINOMIO**.

Términos semejantes

Dos o más términos son semejantes cuando cumplen las siguientes condiciones:

- Los términos contienen las mismas variables, y
- Dichas variables tienen los mismos exponentes.

$-4m^2n^5p \quad \frac{1}{2}m^2n^5p$

- Los términos son semejantes, contienen las mismas variables y cada variable tienen los mismos exponentes.

$2x^4y^2 \quad -9x^3y^7$

- Los términos no son semejantes, aunque contienen las mismas variables, los exponentes no son iguales.

Operaciones con Polinomios

Adición

Cuando se suman dos o más polinomios, hay que tener en cuenta que se pueden sumar entre términos semejantes, y realizar las operaciones algebraicamente, es decir, con el signo que contienen.

Ejemplo

Sumar los polinomios $(3a^3 - 5a^2b + 11ab^2 - 10b^3)$ y $(-8a^3 + 2a^2b + 7ab^2 - b^3)$

$$\begin{array}{rrrrr} & 3a^3 & -5a^2b & +11ab^2 & -10b^3 \\ + & -8a^3 & +2a^2b & +7ab^2 & -b^3 \\ \hline & -5a^3 & -3a^2b & +18ab^2 & -11b^3 \end{array}$$

Como se puede observar, para sumar algebraicamente se debe realizar entre términos semejantes.

La respuesta $-5a^3 - 3a^2b + 18ab^2 - 11b^3$

Sustracción

Para la sustracción entre polinomios, se debe tomar en cuenta el signo negativo del sustraendo, ya que, al estar frente a un polinomio, este signo afecta a cada término. La resta entre polinomios puede convertirse en una suma, tomando en cuenta este signo y resolver antes de realizar la operación.

Ejemplo

Restar del polinomio $-5m^2 + 4mn - 7n^2$, el polinomio $12m^2 - 5mn - 8n^2$

Se debe determinar cuál es el polinomio sustraendo. En este ejercicio, es $12m^2 - 5mn - 8n^2$.

$$(-5m^2 + 4mn - 7n^2) - (12m^2 - 5mn - 8n^2)$$

El signo negativo (-) delante del segundo polinomio afecta a todos los términos de dicho polinomio. Para resolver, se recomienda multiplicar este signo por cada uno de estos términos, por lo que la resta se convierte ahora en una suma:

$$\begin{array}{cccc} & -5m^2 & +4mn & -7n^2 \\ + & -12m^2 & +5mn & +8n^2 \\ \hline & -17m^2 & +9mn & +n^2 \end{array}$$

Nótese el segundo polinomio, al ser multiplicado por el signo negativo, cambian de signo. La respuesta es: $-17m^2 + 9mn + n^2$

Multiplicación

En cuanto a la multiplicación entre polinomios, hay que recordar lo siguiente:

- Propiedad distributiva.
- Ley de signos.
- Multiplicación de bases iguales.

Ejemplo

Multiplicar $(2x - 3y) \times (-4x^2 + 5y^2)$

$$(2x - 3y) \times (-4x^2 + 5y^2)$$

Aplicamos la propiedad distributiva para cada término:

$$-(2x)(4x^2) + (2x)(5y^2) + (-3y)(-4x^2) - (3y)(5y^2)$$

El signo negativo (-) delante del segundo polinomio afecta a todos los términos de dicho polinomio. Para resolver, se recomienda multiplicar este signo por cada uno de estos términos, por lo que la resta se convierte ahora en una suma:

Si hay multiplicación de bases iguales, aplicamos la propiedad. También multiplicamos los coeficientes:

$$-8x^{1+2} + 10xy^2 + 12x^2y - 15y^{1+2}$$

Finalmente, escribimos la respuesta. Si hay términos semejantes, sumar algebraicamente:

$$-8x^3 + 10xy^2 + 12x^2y - 15y^3$$

División

La división de polinomios se compone de la siguiente manera:

$$D_p = C_p \times d_p + r_p$$

Donde D_p es el dividendo, d_p el divisor, C_p el cociente, y r_p es el residuo.

Para dividir polinomios, el divisor debe ser de menor o igual grado que el dividendo. Para determinar el grado de un polinomio, basta con mirar el coeficiente más alto que tiene dicho polinomio.

Por ejemplo, el polinomio $3a^4 - 5a^6 + 8a^2$, el grado es 6, ya que el mayor coeficiente es justamente del término $-5a^6$.

En esta división, es importante que tanto el dividendo como el divisor, estén ordenados de mayor a menor.

Ejemplo

Dividir entre $6x^3 - 11x^2 + 12x - 17$ entre $3x^2 - x + 4$

Como se puede observar, el grado del dividendo en 3, y el grado del divisor es 2, entonces procedemos a dividir.

- Paso 1

Se toman solo los primeros términos tanto del dividendo como del divisor, y procedemos a dividir:

$$\frac{6x^3}{3x^2} = 2x^{3-2} = 2x$$

- Paso 2

El resultado anterior, multiplico por todo el polinomio divisor:

$$(2x)(3x^2 - x + 4) = 6x^3 - 2x^2 + 8x$$

- Paso 3

El polinomio resultante, pasa al dividendo a restar:

$$(6x^3 - 11x^2 + 12x - 17) - (6x^3 - 2x^2 + 8x)$$

$$-9x^2 + 4x - 17$$

Este último polinomio tiene grado 2, por lo que aún puede dividirse.

Como se puede observar, en notación de división queda de la siguiente manera:

$6x^3$	$-11x^2$	$+12x$	-17	$3x^2 - x + 4$
$-6x^3$	$+2x^2$	$-8x$		$2x - 3$
/	$-9x^2$	$+4x$	-17	*Cociente*
	$9x^2$	$-3x$	$+12$	
	/	x	-5	*Residuo*

Para este ejercicio, el cociente es $2x$ - 3, y el residuo es x - 5.

Autoevaluación

Para los siguientes polinomios:

$P_1 : x^2 - 5xy + 7y^2 \qquad P_2 : -3x^2 + 9xy + 11y^2$

Realizar las siguientes operaciones:

a) $P_1 + P_2$

b) $P_2 - P_1$

c) $2P_2 - 3P_1$

d) $4P_1 + 2P_2$

e) $P_1 \times P_2$

f) $3P_1 \times -4P_2$

Dividir los siguientes polinomios, y determinar el coeficiente y residuo:

a) $3x^2 + x + 3 \div x + 1$

b) $2x^3 - 7x^2 + 5x - 8 \div 2x - 1$

c) $x^3 + x^2 - x + 9 \div x^2 - 1$

Productos Notables

Se denomina Producto Notable a ciertos productos que cumplen ciertas reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección (Álgebra de Baldor).

Es decir, si un producto presenta una cierta estructura predeterminada, y si cumple alguno de los casos, no necesita desarrollar dicha expresión, solo escribir el resultado de acuerdo con el caso establecido.

Dentro de estos productos notables, se tienen los siguientes casos:

- Cuadrado de la suma de dos cantidades
- Cuadrado de la diferencia de dos cantidades
- Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades
- Cubo de un binomio
- Producto de dos binomios de la forma $(x+a)$ $(x+b)$

Cuadrado de la suma de dos cantidades

Este producto notable presenta la siguiente forma:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

La regla para este producto es:

$$(a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2$$

Ejemplo

El resultado del siguiente producto notable es:

$$(3m^2 + 2n)^2$$

Resolviendo:

$$(3m^2)^2 + 2(3m^2)(2n) + (2n)^2 = 9m^4 + 12m^2n + 4n^2$$

Cuadrado de la resta de dos cantidades

Para este producto notable su forma es similar al caso anterior:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

La regla para este producto es:

$$(a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$$

Ejemplo

El resultado del siguiente producto notable es:

$$(2p^3 - 4r^2)^2$$

Resolviendo:

$$(2p^3)^2 - 2(2p^3)(4r^2) + (4r^2)^2 = 4p^6 - 16p^3r^2 + 16r^4$$

Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades

Si bien es cierto el nombre es muy largo, podría parecer un caso muy complicado. Sin embargo, es mucho más sencillo:

$$(a - b)\,(a + b)$$

El producto notable es:

$$(\boldsymbol{a})^2 - (\boldsymbol{b})^2$$

Ejemplo

Resolver el siguiente producto notable:

$$(5j + 8k)\,(5j + 8K)$$

Aplicando la fórmula:

$$(5j)^2 - (8k)^2 = 25j^2 - 64k^2$$

Cubo de un binomio

a) Suma

$$(a + b)^3$$

El producto notable es:

$$(a)^3 + 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 + (b)^3$$

Ejemplo

$$(2c^2 + 3d^3)^3$$

Resolviendo:

$$(2c^2)^3 + 3(2c^2)^2(3d^3) + 3(2c^2)(3d^3)^2 + (3d^3)^3$$

$$8c^6 + 36c^4d^3 + 54c^2d^6 + 27d^9$$

a) Resta

$$(a-b)^3$$

El producto notable es

$$(a)^3 - 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 - (b)^3$$

Ejemplo

$$(3x^2-4y)^3$$

Resolviendo:

$$(3x^2)^3 - 3(3x^2)^2(4y) + 3(3x^2)(4y)^2 - (4y)^3$$

$$27x^6 - 108x^4y + 144x^2y^2 - 64y^3$$

Producto de dos binomios de la forma

Para este caso de producto notable, la fórmula es la siguiente:

$$(x)^2 + (a+b)x + (a)(b)$$

Ejemplo

Resolver el siguiente producto notable:

$$(a-6)(a-8)$$

Aplicando la fórmula, obtenemos:

$$(a)^2 + (-6-8)a + (-6)(-8) = a^2 - 14a + 48$$

Autoevaluación

Resuelva los siguientes productos notables:

$(5a-3b)^2$	$(2d^3+8f^2)^2$	$(4t^2-3s^2)(4t^2+3s^2)$
$(2g^2-3h^3)^3$	$(y-8)(y+9)$	$(p+q^2)^3$
$(x^2-1)(x^2+1)$	$(p+5)(p-3)$	$(k^3-2)^2$

Factorización

El proceso de factorización consiste en convertir una expresión algebraica en el producto de factores. Es la operación inversa al producto notable (Navarro Flórez & Echeverri Flórez, 2021).

Los casos de Factoreo a revisar son los siguientes:

- Factor común.
- Trinomios:
  - · Cuadrado perfecto
  - · De la forma x^2+bx+c
  - · De la forma ax^2+bx+c
- Diferencia de cuadrados

Factor común

Para este caso, se debe seguir los siguientes pasos:

a) Determinar la letra o letras que tienen todos los elementos del polinomio en común.

b) Obtenido la letra/letras en común, se debe seleccionar el exponente de MENOR valor, y se determina el FACTOR COMÚN.

c) Si los números son múltiplos entre sí, se debe obtener el máximo común divisor.

Ejemplo

Factorizar la siguiente expresión:

$$4a^3b^5 - 16a^4b^3 + 32a^5b^6$$

- Observamos la letra/letras en común: *a* y *b*
- Menor coeficiente de cada una: $a \rightarrow 3,\ b \rightarrow 3$
- Coeficientes múltiplos entre sí: en este caso, todos son divisibles para 4.
- El factor común es: $4a^3b^3$
- Resolvemos dividiendo cada término por el factor común. Para el primer término:

$$\frac{4a^3b^5}{4a^3b^3} = a^{3-3}b^{5-3} = b^2$$

Por lo tanto, factorizando la expresión:

$$4a^3b^3(b^2 - 4a + 8a^2b^3)$$

Como se puede observar, el resultado son dos factores que se multiplican.

Trinomio cuadrado perfecto (TCP)

Este caso de factorización se compone de 3 términos. Para verificar que esta expresión algebraica se encuentra en este caso, se seguirá los siguientes pasos:

- El primer y tercer término deben ser positivos y cuadrados perfectos (es decir, que se pueda obtener la raíz cuadrada exacta).
- El segundo término puede ser positivo o negativo.
- Obtener la raíz del primer y tercer término, luego multiplicamos entre sí y luego por 2. Este resultado comparar con el segundo término, si coinciden entonces la expresión es un TCP.

Para escribir el resultado: raíz de primer término, signo del segundo, raíz del tercer término, todo elevado al cuadrado.

Ejemplo

$$\mathbf{9 - 6x + x^2}$$

9 es cuadrado de 3

$\sqrt{9} = 3$

x^2 es cuadrado de x

$\sqrt{x^2} = x$

Multiplico $\mathbf{2}(3)(x) = \mathbf{6x}$

Es TCP, por lo tanto, escribimos la respuesta:

$$(3 - x)^2$$

Trinomio de la forma $\boldsymbol{x^2 + bx + c}$

Para resolver este caso de Factoreo, el coeficiente del término cuadrático debe ser “1”. Con esto, realicemos un ejemplo para resolverlo.

Ejemplo

Factorizar la expresión: $x^2 - 5x + 6$

Factorizar la expresión: $x^2 - 5x + 6$

Descripción	**Desarrollo**
Obtengo la raíz del término cuadrático, y escribo en dos paréntesis.	$(x \quad)(x \quad)$
1er paréntesis: el signo después de la $\boldsymbol{x}$, debe ser igual al signo del 2do término.	$(x- \quad)(x \quad)$
2do paréntesis: el signo después de la $\boldsymbol{x}$, debe ser el resultado de la ley de signos del 2do y 3er término.	$(x- \quad)(x- \quad)$
Nos fijamos en el 3er término: debe buscar **dos** números que multiplicados den ese resultado, y estos dos números, sumados o restados den el coeficiente del 2do término. Nota: si los signos son iguales debe buscar la suma, caso contrario la resta.	$3 \times 2 = 6$, cumple. Signos iguales: suma, $3 + 2 = 5$, cumple.
Escribo la respuesta. Recomendación, escriba primero el número mayor.	$\boldsymbol{(x-3)(x-2)}$

Trinomio de la forma $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$

En este caso de Factoreo, el coeficiente del término cuadrático es diferente de “1”. Para realizar este tipo de trinomio, realicemos un ejemplo:

Ejemplo

Factorizar la expresión: $\boldsymbol{2a^2 - 7a + 6}$

Descripción	Desarrollo
Multiplicamos y dividimos por el coeficiente de la variable cuadrática a todo el trinomio.	$\frac{2(2a^2 - 7a + 6)}{2}$
Al multiplicar el numerador, el segundo término dejamos expresado.	$\frac{4a^2 - 7(2a) + 12}{2}$
Procedemos como el trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.	$\frac{(2a- \quad)(2a- \quad)}{2}$
Nos fijamos en el 3er término: debe buscar **dos** números que multiplicados den ese resultado, y estos dos números, sumados o restados den el coeficiente del 2do término **ORIGINAL**.	$4 \times 3 = 12$, cumple. Signos iguales: suma, $4 + 3 = 7$, cumple.
Escribo los factores. Recomendación, escriba primero el número mayor.	$\frac{(2a-4)(2a-3)}{2}$
Se debe eliminar el denominador. Para esto, debe sacar Factor común del coeficiente.	$\frac{2(a-2)(2a-3)}{2}$
Simplificar numerador y denominador. Finalmente, el resultado se expresa en dos factores que se multiplican.	$\boldsymbol{(a-2)(2a-3)}$

Diferencia de cuadrados

Finalmente, este caso de Factoreo contiene dos términos separados por el signo negativo. Para resolver:

- Obtener la raíz cuadrado de los dos términos.
- Escribir en dos paréntesis: en el primero, escribir los dos términos en orden, separados ya sea por el signo positivo o negativo; el segundo, el mismo procedimiento, pero con el signo contrario al anterior.

Ejemplo

$$16m^4 - 81n^6$$

- Raíz de los dos términos:

$$\sqrt{16m^4} = 4m^2 \quad \sqrt{81n^6} = 9n^3$$

- Escribir en dos paréntesis, entre las dos raíces con signos diferentes en cada uno:

$$(4m^2 + 9n^3)(4m^2 - 9n^3)$$

Autoevaluación

Factorizar las siguientes expresiones:

$4a^4b^6 - 64a^5b^7 + 16a^6b^5$

$81k^2 - 16m^6$

$b^2 - b - 42$

$9c^2 - 6c + 1$

$14x^2 + 3x - 2$

$x^4 - 1$

$9n^2 + 12np + 4p^2$

$12x^5y^4z^7 + 24x^4y^9z^6 - 4x^3y^5z$^6

$6x^2 + 23x - 18$

$36z^6 - 16$

Simplificación de fracciones

En lo que respecta la simplificación de fracciones, las expresiones pueden ser a simple vista, complejas. Sin embargo, se debe recordar los casos de Factoreo vistos anteriormente, aplicar y simplificar.

Ejemplo

Simplificar a su mínima expresión:

Simplificar a su mínima expresión:

$$\frac{(a^2-2a-15)(a^2-9)}{(a^2+6a+9)(a-5)}$$

Como se puede observar, la expresión puede parecer compleja. Se desarrollará término a término.

Expresión	**Caso de Factoreo**	**Desarrollo**
$a^2-2a-15$	Trinomio de la forma x^2+bx+c	$(a-5)(a+3)$
a^2-9	Diferencia de cuadrados	$(a-3)(a+3)$
a^2+6a+9	Trinomio cuadrado perfecto	$(a+3)^2=(a+3)(a+3)$

Reescribimos la expresión:

$$\frac{(a-5)(a+3)(a-3)(a+3)}{(a+3)(a+3)(a-5)}$$

Se procede a simplificar. Fíjese que hay expresiones que se repiten arriba y abajo, por lo que puede suprimirse. Finalmente, la respuesta es:

$$(a - 3)$$

Autoevaluación

Aplicando factorización, reduzca las siguientes expresiones:

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} \qquad \frac{2x^2-2y^2}{x-y}$$

$$\frac{m^2+2mn+n^2}{m+n} \qquad \frac{81p^4-25q^2}{9p^2+5q}$$

$$\frac{3x^3 - 3x}{x^5 - x}$$

$$\frac{x^3 - 49x}{x^4 - 7x^3}$$

$$\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + 2x - 15}$$

$$\frac{y^2 - 4}{y^2 - 4y + 4}$$

$$\frac{b - 3}{b^2 + 5b + 6}$$

$$\frac{2m^2 - 3m + 1}{2m^2 - m - 1}$$

Suma y resta de fracciones algebraicas

Para sumar y restar fracciones algebraicas, se debe tomar en cuenta el denominador de cada una, ya que, al ser una expresión algebraica, se debe factorizar y encontrar el mínimo común múltiplo.

Ejemplo

Sumar la siguiente expresión:

$$\frac{a-1}{a^2-4} + \frac{a-2}{a^2-a-6} - \frac{a+6}{a^2-5a+6}$$

- Paso 1: descomponer los denominadores en factores. Para esto, se debe aplicar los casos de factorización vistos anteriormente.

Denominador	Factores
$a^2 - 4$	$(a-2)(a+2)$
$a^2 - a - 6$	$(a-3)(a+2)$
$a^2 - 5a + 6$	$(a-3)(a-2)$

- Paso 2: determinar el mínimo común múltiplo (m.c.d). En este paso, lo que se busca es la mínima expresión para la cual todos los factores sean divisibles. Una manera sencilla es observar los términos comunes, y si entre esos términos comunes existen con exponentes, se escoge el mayor.

Denominador	Factores	m. c. d	Razón
a^2-4	$(a-2)(a+2)$	$(a-2)(a+2)$	Primeros términos no comunes
a^2-a-6	$(a-3)(a+2)$	$(a-3)$	$a+2$ ya está tomado en cuenta
a^2-5a+6	$(a-3)(a-2)$	Ninguno	Todos los factores son comunes

Por lo tanto, el mínimo común divisor es: (a - 2) (a + 2) (a - 3)

- Paso 3: dividir el mínimo común divisor para cada uno de los denominadores. Se compara el mcd con el denominador, y lo que NO es común, será el resultado a multiplicar con sus numeradores correspondientes.

$m.c.d$	Denominador	Resultado
$(a-2)(a+2)(a-3)$	$(a-2)(a+2)$	$(a-3)$
	$(a-3)(a+2)$	$(a-2)$
	$(a-3)(a-2)$	$(a+2)$

Entonces, la operación queda de la siguiente manera:

$$\frac{a-1}{a^2-4}+\frac{a+2}{a^2-a-6}-\frac{a+6}{a^2-5a+6}=\frac{(a-1)(a-3)+(a-2)(a-2)-(a+6)(a+2)}{(a-2)(a+2)(a-3)}$$

$$\rightarrow \frac{(a^2-4a+3)+(a^2-4a+4)-(a^2+8a+12)}{(a-2)(a+2)(a-3)}$$

$$\rightarrow \frac{a^2-4a+3+a^2-4a+4-a^2-8a-12}{(a-2)(a+2)(a-3)}$$

$$\rightarrow \frac{a^2-16a-5}{(a-2)(a+2)(a-3)}$$

Multiplicación de fracciones algebraicas

Para la multiplicación de fracciones algebraicas, el proceso es similar a Simplificación de Fracciones: factorización, términos comunes y simplificación.

$$\frac{a^2-4}{a^2-7a+12}\times\frac{a^2-6a+9}{a^2-2a}$$

Factorizar cada una de las expresiones:

$$\frac{(a-2)(a+2)}{(a-4)(a-3)}\times\frac{(a-3)^2}{a(a-2)}$$

Suprimir las expresiones comunes:

$$\frac{(a+2)(a-3)}{a(a-4)}$$

División de fracciones algebraicas

En este caso, para poder simplificar fracciones en división, se recomienda pasar a multiplicación, cambiando el numerador por el denominador y viceversa del divisor.

Revisemos el siguiente ejemplo:

$$\frac{x^2-9}{x^2+3x} \div \frac{x^2-3x-10}{x-1}$$

Se cambia de posición numerador – denominador del divisor, y se convierte en una multiplicación:

$$\frac{x^2-9}{x^2+3x} \times \frac{x-1}{x^2-3x-10}$$

Después, se aplica los mismos pasos de la multiplicación. Se deja al estudiante la resolución del ejercicio.

Autoevaluación

Resuelva los siguientes ejercicios:

$$\frac{t-2}{t^2-9} + \frac{4}{t-3}$$

$$\frac{5b-2}{b^2-b} - \frac{6-b}{b^2-1}$$

$$\frac{7}{m^2+2m-8} - \frac{2-m}{2m^2-8} + \frac{1}{m-2}$$

$$\frac{a-1}{a+1} - \frac{a+2}{a+2} - \frac{4}{a^2+2a+3}$$

$$\frac{y^2-y}{y^2-1} \times \frac{3y+6}{(y+2)^2}$$

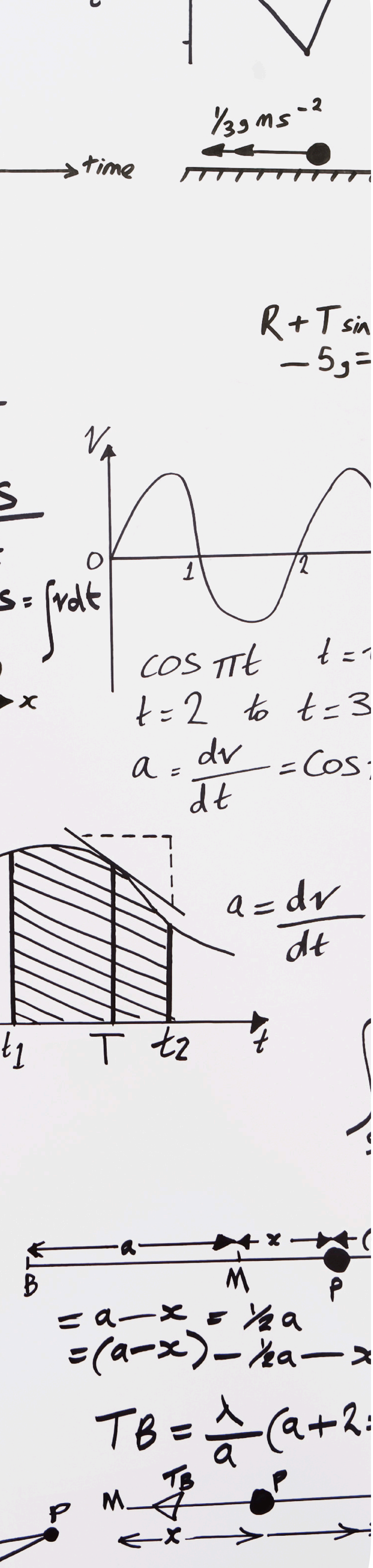
$$\frac{x^2+x-6}{x^2+2x-3} \times \frac{x^2-1}{x^2-4x+3}$$

$$\frac{p^2-4}{p^2-2p} \times \frac{p^2-3p}{p^2-p-6}$$

$$\frac{k^2-2k}{k^2-4} \div \frac{k^2+2k-3}{k^2+5k+6}$$

$$\frac{g^2-9}{g^2-4g+3} \div \frac{2g^2-3g+1}{g^2-2g+1}$$

$$\frac{n^2-4}{n-1} \div \frac{n^2+4n+4}{n^2-2n+1}$$



UNIDAD 3
ECUACIONES

Unidad 3: Ecuaciones

Introducción

Las ecuaciones son expresiones matemáticas que describen relaciones entre diferentes cantidades o variables. Estas relaciones se establecen a través de igualdades, donde dos expresiones son equivalentes. Las ecuaciones son fundamentales en matemáticas e ingeniería: cálculo de trayectorias, energías, cimientos, etc.

En el contexto de álgebra, las ecuaciones son herramientas poderosas para resolver incógnitas y entender patrones matemáticos.

Las ecuaciones pueden ser lineales, cuadráticas, polinómicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, entre otras clasificaciones según su forma y las operaciones involucradas. La resolución de ecuaciones implica aplicar diversas propiedades y técnicas algebraicas para despejar la incógnita y obtener su valor real o conjunto de soluciones.

En esta unidad, se tratará las ecuaciones lineales, sistema de ecuaciones y ecuaciones cuadráticas.

Ecuación

Definición

Una ecuación es una igualdad que contiene coeficientes y una o más variables, que se desea conocer el valor de dichas variables. Ejemplos de ecuaciones pueden ser las siguientes:

$$x - 8 = 6x + 9$$

$$2x - y = 2y - 1$$

Existen varios tipos de ecuaciones en Matemática. En esta unidad, se estudiarán dos tipos: lineales y cuadráticas.

Ecuación lineal

La ecuación lineal se caracteriza por tener una solo variable, y esta variable tiene exponente 1.

(2(x - 2) = 5x - 7 es un ejemplo de ecuación lineal. Contiene una sola variable y el exponente de esta variable es 1.

Resolución de ecuaciones lineales

Para resolver una ecuación lineal, tome en cuenta que tiene una igualdad. A un lado de la igualdad, deben quedar todos los términos que contienen la variable, y al otro lado los términos independientes.

Entonces para su resolución, se debe DESPEJAR la variable. Despejar la variable significa que solo esa variable debe quedar con coeficiente "1" y a un lado de la igualdad.

Existen dos métodos para esto: tomar en cuenta los signos u operaciones que tienen a cada lado de la igualdad, y otro por propiedad de igualación.

Ejemplo

Vamos a pasar el término "***8x***" de la siguiente expresión, al otro lado de la igualdad:

$$3x - 7 = 8x - 11$$

Por el primer método, se tiene que tiene signo positivo, si deseo pasar al lado izquierdo de la igualdad, este cambia de signo:

$$\mathbf{3x - 7 - 8x = -11}$$

Por el segundo método, por propiedad de igualación, si deseo que "desaparezca" el término del lado derecho, simplemente sumo su opuesto, en este caso . Sin embargo, si se realiza esta operación del lado izquierdo, debe realizar de lado derecho, por propiedad de igualdad.

$$3x - 7 \mathbf{- 8x} = 8x - 11 \mathbf{- 8x} \quad \rightarrow \quad 3x - 7 - 8x = -11$$

De igual forma, una expresión que está multiplicando o dividiendo a un término, pasa al otro lado con operación contraria.

Ejemplo

Encontrar el valor de la variable de la siguiente ecuación:

$$\mathbf{4x - 5 = 2x + 9}$$

Aplicaremos los 2 métodos. Por lo general, el lado izquierdo de la igualdad es el señalado para las variables, y el lado derecho para los términos independientes.

Primer método	Paso	Segundo método
$4x-5=2x+9$ $\rightarrow \quad 4x-5-2x=9$	**$2x$** al lado izquierdo de la igualdad	$4x-5-2x=2x+9-2x$ $\rightarrow \quad 4x-5-2x=9$
$4x-5-2x=9$ $\rightarrow \quad 4x-2x=9+5$	**5** al lado derecho de la igualdad	$4x-5-2x+5=9+5$ $\rightarrow \quad 4x-2x=9+5$
$4x-2x=9+5$ $\rightarrow \quad 2x=14$	Reduzco términos semejantes	$4x-2x=9+5$ $\rightarrow \quad 2x=14$
$2x=14 \quad \rightarrow \quad x=\frac{14}{2}$	Despejo x	$2x=14 \quad \rightarrow \quad \frac{2x}{2}=\frac{14}{2}$
$x=\frac{14}{2} \quad \rightarrow \quad x=7$	Valor de la variable	$\frac{2x}{2}=\frac{14}{2} \quad \rightarrow \quad x=7$

Como se puede observar, el resultado es el mismo para los dos métodos. El siguiente paso (opcional) es comprobar el valor de la variable. Se debe reemplazar el valor en la ecuación, y debe resultar en una igualdad:

$$\boldsymbol{x=7}$$

$$\boldsymbol{4x-5=2x+9}$$

$$\boldsymbol{4(7)-5=2(7)+9}$$

$$\boldsymbol{28-5=14+9}$$

$$\boldsymbol{13=13}$$

Autoevaluación

Resolver por los dos métodos y comprobar la respuesta, para las siguientes ecuaciones:

a) $3x-5=9x-7$

b) $\frac{1}{2}b-2=4b+1$

c) $4(x-4)-2=3(x-7)+10$

d) $2(5y-3)+3(y-2)=7(2y-2)$

e) $5+\frac{2}{3}x=4x-7$

f) $3(z-2)+10=2(2z+2)+2$

g) $3t+6(t+1)=3(t+1)+5$

h) $3x+4(-2x+1)=3(x-5)+2(2x-7)-3$

i) $9-3(x+6)=10-3x+8(x-2)+5(x-7)$

j) $11+2(3p-8)-5p=7p-5(2p-1)$

Sistema de ecuaciones

Un sistema de ecuaciones consiste en un conjunto de ecuaciones con varias variables, para determinar el valor de estas variables y tener una solución que satisfaga las condiciones de dicho sistema.

Consideraciones:

- El número de ecuaciones debe corresponder al número de variables: si se tiene 2 variables, se debe tener 2 ecuaciones con las mismas variables.
- Si se tiene más ecuaciones que variables, el sistema podría no tener solución. Si se tiene más variables que incógnitos, el sistema tiene infinito número de soluciones.

En este módulo se estudiará los siguientes métodos para la resolución de un sistema de ecuaciones:

- Método de suma – resta.
- Método de sustitución.
- Método de igualación.

Método de suma – resta.

Para la resolución de este método, explicaremos mediante un ejemplo. Encontrar los valores de para el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 5x + 9y = 17 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$$

a) Se selecciona la variable a eliminar. En este caso, se elegirá la variable ´x´.

b) Para este método, se debe sumar las dos ecuaciones, y el objetivo es que esta variable se elimine. Si observamos la variable ´x´, sumando tal como se presenta, el resultado será $6x$. Entonces, se requiere realizar un arreglo matemático de tal manera que se pueda eliminar. Multiplicaremos por ´- 5´ a la segunda ecuación, por lo que tendremos lo siguiente:

$$x + 4y = 10 \ (-5) \quad \rightarrow \quad -5x - 20y = -50$$

c) Procedemos a sumar las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{cccc} 5x & +9y & = & 17 \\ -5x & -20y & = & -50 \\ \hline / & -11y & = & -33 \end{array}$$

$$y = \frac{-33}{-11} = 3$$

d) Con el valor de , se reemplaza en cualquiera de las ecuaciones planteadas en el ejercicio.

$$x + 4y = 10$$

$$x + 4(3) = 10$$

$$x + 12 = 10$$

$$x = 10 - 12$$

$$x = -2$$

La solución al sistema de ecuaciones es:

$$x = -2 \quad y = 3$$

Queda la comprobación para el estudiante.

Método de sustitución

En este método, se debe despejar una variable de una de las ecuaciones, y sustituir en la siguiente. Usaremos el mismo sistema de ecuaciones anterior.

$$\begin{cases} 5x + 9y = 17 & (ec.\ 1) \\ x + 4y = 10 & (ec.\ 2) \end{cases}$$

a) Elegimos la ecuación 2, y despejaremos la variable :

$$x + 4y = 10 \quad \rightarrow \quad x = 10 - 4y \quad (ec.3)$$

b) Sustituimos el valor de de la ecuación 3 en la ecuación 1:

$$5x + 9y = 17 \quad \rightarrow \quad 5(10 - 4y) + 9y = 17$$

c) Resolvemos la ecuación lineal:

$$5(10 - 4y) + 9y = 17$$

$$50 - 20y + 9y = 17$$

$$-20y + 9y = 17 - 50$$

$$-11y = -33$$

$$y = 3$$

d) Reemplazamos el valor encontrado en la ecuación despejada (ecuación 3):

$$x = 10 - 4y$$

$$x = 10 - 4(3)$$

$$x = 10 - 12$$

$$x = -2$$

La solución al sistema de ecuaciones es:

$$x = -2 \quad y = 3$$

Método de igualación

El método de igualación consiste en despejar una variable de las 2 ecuaciones e igualar.

Usaremos el mismo sistema de ecuaciones anterior.

$$\begin{cases} 5x + 9y = 17 & (ec.\ 1) \\ x + 4y = 10 & (ec.\ 2) \end{cases}$$

a) Despejaremos la variable de cada una de las ecuaciones.

$$5x + 9y = 17 \quad \rightarrow \quad x = \frac{17 - 9y}{5} \quad (ec.3)$$

$$x + 4y = 10 \quad \rightarrow \quad x = 10 - 4y \quad (ec.4)$$

b) Igualamos *ec.* 3 = *ec.* 4

$$\frac{17 - 9y}{5} = 10 - 4y$$

c) Resolvemos la ecuación lineal:

$$\frac{17 - 9y}{5} = 10 - 4y$$

$$17 - 9y = 5(10 - 4y)$$

$$17 - 9y = 50 - 20y$$

$$20y - 9y = 50 - 17$$

$$11y = 33$$

$$y = 3$$

d) Reemplazamos el valor en cualquiera de las ecuaciones despejadas:

$$x = \frac{17 - 9y}{5}$$

$$x = \frac{17 - 9(3)}{5}$$

$$x = \frac{17 - 27}{5}$$

$$x = \frac{-10}{5} = -2$$

La solución al sistema de ecuaciones es:

$$x = -2 \quad y = 3$$

Autoevaluación

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por los métodos señalados:

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -17 \\ -x + 3y = 11 \end{cases}$ Suma – resta
Igualación

b) $\begin{cases} -3x - y = 0 \\ 5x + 4y = 7 \end{cases}$ Sustitución
Igualación

c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 5 \\ -8x + 7y = 31 \end{cases}$ Suma – resta
Sustitución

d) $\begin{cases} -4x + y = 4 \\ 2x - 8y = 28 \end{cases}$ Los 3 métodos

Ecuación Cuadrática

La ecuación cuadrática es aquella que tiene una variable con grado "2". Para la resolución de este tipo de ecuaciones, se tiene dos métodos:

- Por Factoreo
- Por Fórmula General

Es muy importante mencionar que la ecuación debe igualarse a CERO, es decir, que todas las variables y términos independientes estén a un lado de la igualdad.

Resolución por Factoreo

Para la resolución de la ecuación cuadrática por Factoreo, se debe determinar el caso a aplicarse: factor común, los 3 casos de trinomios, diferencia de cuadrados.

Ejemplo

Resolver la siguiente ecuación cuadrática:

$$3x^2 = 2x$$

- En primer lugar, igualar a cero:

$$3x^2 - 2x = 0$$

- Aplico Factoreo. En este caso puedo obtener un factor común, ya que los dos términos tienen la variable "*x*" :

$$x(3x - 2) = 0$$

- Al ser una multiplicación, puedo igual a cero cada uno de los factores:

$$\boldsymbol{x_1 = 0 \quad \vee \quad 3x_2 - 2 = 0}$$

- Resuelvo las ecuaciones parciales:

$$x_1 = 0 \quad \vee \quad 3x_2 = 2$$

$$x_1 = 0 \quad \vee \quad x_2 = \frac{2}{3}$$

Ejemplo

Resuelva la siguiente ecuación cuadrática:

$$4x^2 + 20x = -25$$

Desarrollando la ecuación:

$$4x^2 + 20x + 25 = 0$$

$$(2x + 5)^2 = 0$$

$$(2x + 5)(2x + 5) = 0$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{5}{2}$$

En este caso particular, las dos respuestas son iguales.

Observaciones:

- La ecuación cuadrática siempre tiene 2 respuestas.
- No todas las ecuaciones cuadráticas se resuelven por Factoreo.

Resolución por Fórmula General

Partamos de la forma general de la ecuación cuadrática:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde *a, b* y *c* son los coeficientes de la ecuación cuadrática. Entonces, la fórmula general es la siguiente:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Cabe recalcar que la fórmula general es aplicable para cualquier ecuación cuadrática.

El discriminante $\boldsymbol{D}$ de esta fórmula es la expresión $\boldsymbol{D = b^2 - 4ac}$, y dependiendo del valor que toma puede estar dentro de estos casos:

- Si $D > 0$, la ecuación tiene 2 raíces reales diferentes.
- Si $D = 0$, la ecuación tiene 2 raíces reales iguales.
- Si $D < 0$, la ecuación no tiene raíces reales (no hay solución).

Ejemplo

Resolver la ecuación cuadrática,

$$\boldsymbol{4x^2 = 81}$$

- Se iguala a cero la ecuación:

$$\boldsymbol{4x^2 - 81 = 0}$$

- Realizamos una comparación con respecto a la forma general de la ecuación cuadrática:

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0 \quad \rightarrow \quad 4x^2 + 0x + (-81) = 0}$$

Por lo tanto: $\boldsymbol{a = 4, b = 0, c = -81}$

- Reemplazamos en la fórmula general:

$$\boldsymbol{x_{1,2} = \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4(4)(-81)}}{2(4)}}$$

$$\boldsymbol{x_{1,2} = \frac{-(0) \pm \sqrt{1296}}{8}}$$

$$\boldsymbol{x_{1,2} = \frac{\pm 36}{8}}$$

$$\boldsymbol{x_1 = \frac{36}{8} \quad \vee \quad x_2 = -\frac{36}{8}}$$

$$\boldsymbol{x_1 = \frac{9}{2} \quad \vee \quad x_2 = -\frac{9}{2}}$$

Autoevaluación

Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $3x^2 = 7x$

b) $25y^2 = 81$

c) $p^2 = 9p + 45$

d) $6z^2 + 12z = 2z + 4$

e) $4t + 1 = -4t^2$

f) $16 = 121a^2$

Determinar si las siguientes ecuaciones tienen raíces reales iguales, diferentes o no tiene solución:

a) $x^2 - 5x + 1 = 0$

b) $4y^2 - 1 = 0$

c) $2m - m + 7 = 0$

d) $p^2 + 8 = 0$

e) $3r^2 - 2r = 0$

f) $25b^2 - 10b + 1 = 0$

Traducción de lenguaje común al lenguaje algebraico

Como se ha estudiado en los temas anteriores, el lenguaje algebraico utiliza expresiones compuestas por números y letras (variables).

El objetivo es transformar la literatura (ejercicios) a expresiones que se puede resolver mediante los métodos numéricos antes vistos.

La siguiente tabla muestra las expresiones o palabras a tomar en cuenta:

Suma	**Resta**	**Multiplicación**	**División**
Aumentar Mayor que Más Incrementar Ganar	Disminuir Menor que Menos Diferencia Perder	Producto Múltiplo Veces Doble Triple…	Cociente Dividir Entre Razón Mitad (/2) Tercera (/3)

Ejemplos

Expresión	**Lenguaje matemático**
Un número cualquiera	a
Un número aumentado en 2	$a+2$
La suma de dos números	$a+b$
La diferencia de dos números	$a-b$
El producto de dos números	$a\times b$
El cociente de dos números	$\frac{a}{b}$
La suma del doble de un número y cinco unidades	$2a+5$
El cuadrado de un número	a^2
La suma de los cuadrados de dos números	a^2+b^2

Planteamiento y resolución de problemas

Para el planteamiento y resolución de problemas, se debe tomar en cuenta la traducción al lenguaje matemático, y encontrar la variable (ecuaciones).

EJERCICIO		
DATOS	**PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN**	**RESPUESTA**

Ejemplo

Pienso en un número. Cuando aumento en 15, obtengo 36. ¿Cuál es el número?

DATOS	PLANTEAMIENTO	RESPUESTA
Número: x Sumo 15, es igual a 36	$x + 15 = 36$	El número es …

Pienso en un número

Aumento

Obtengo

De esta manera, se resuelve problemas de planteamiento de ecuaciones.

Ejemplos

Se busca un número que:

a) Su doble más 5 es 35.

Datos	Planteamiento y Resolución	Respuesta
Número: y Doble número: $2y$ Su doble más 5=35	$2y+5=35$ $2y=35-5$ $2y=30$	El número buscado es 15
	$y=\frac{30}{2}=15$	

b) Al sumarle su consecutivo obtenemos 51.

Datos	Planteamiento y Resolución	Respuesta
Número: x $Consecutivo: x+1$ $Num+Num\ consec.=51$	$x+(x+1)=51$ $x+x+1=51$ $2x=51-1$ $2x=50$ $x=25$	El número buscado es 25.

Marta tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su madre. ¿Qué edad tiene la madre de Marta?

Datos	Planteamiento y Resolución	Respuesta
$Edad\ Marta$ $=15\ años$ $Edad\ mamá=x$	$\frac{x}{3}=15$	La edad de la madre de Marta es 45 años

Autoevaluación

a) Hallar tres números consecutivos cuya suma sea 219.

b) La suma un número, más su doble y su mitad más 15 es igual a 99. Hallar el número.

c) Héctor guarda 25 euros en su alcancía, lo que supone sumar una cuarta parte del dinero que ya había. ¿Cuánto dinero hay ahora en la alcancía?

d) El número de mesas en un salón de clase es el doble del número de sillas más 6 si en el salón hay 36 muebles entre mesas y sillas. ¿Cuántas mesas y sillas hay?

e) Luis compró 8 cuadernos a 25 pesos cada uno y 7 bolígrafos. En total se gastó 298 pesos, ¿cuánto costó cada bolígrafo?

f) Carmen tiene 16 años y sus dos hermanos pequeños tienen 2 y 3 años. ¿Cuántos años han de pasar para que el doble de la suma de las edades de los hermanos de Carmen sea la misma que la que tiene ella?

BIBLIOGRAFÍA

Asth, R. (13 de marzo de 2023). Obtenido de Qué es la División (matemáticas): https://www.significados.com/division/

Baldor , A. (2011). *Álgebra*. Don Bosco.

González Rodríguez, M. O., & Mancill, J. D. (1991). *Álgebra elemental moderna*. Libresa.

López Bonilla, M. (2012). *Potenciación y Radicación. Obtenido de Universidad Católica Luis Amigó*: https://elibro.net/es/ereader/sudamericanoquito/127437

Mundo Primaria. (s.f.). Obtenido de: https://www.mundoprimaria.com/recursos-matematicas/jerarquia-operaciones

Navarro Flórez, P. J., & Echeverri Flórez, H. M. (2021). Factorización para todos. *Obtenido de Corporación Universitaria Remington*: https://elibro.net/es/ereader/sudamericanoquito/193882

Núñez, J. (2006). *FUNDAMENTOS DE LA MATEMÁTICA*. Quito: EPN.

Péres Porto, J., & Merino, M. (22 de marzo de 2023). Definición De. Obtenido de Número - Qué es, definición, tipos y en el lenguaje coloquial: https://definicion.de/numeros/

Pérez Porto, J., & Gardey, A. (13 de mayo de 2021). Definición De. Obtenido de Recta numérica - Qué es, utilidad, definición y concepto: https://definicion.de/recta-numerica/

Pérez Porto, J., & Gardey, A. (4 de mayo de 2023). Caridad - Qué es, definición y concepto. Obtenido de: https://definicion.de/caridad/

Superprof. (s.f.). Qué significa multiplicación en Matemáticas. Obtenido de https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/aritmetica/multiplicacion.html

Westreicher, G., & López, J. F. (01 de diciembre de 2020). *Economipedia*. Obtenido de Multiplicación: https://economipedia.com/definiciones/multiplicacion.html

El autor del libro es un profesional con una sólida formación académica y una trayectoria diversa en el campo de la educación y la ingeniería. Graduado con honores como Ingeniero en Electrónica y Control de la Escuela Politécnica Nacional en Quito, complementó su formación con un MBA especializado en Seguridad y Salud Ocupacional del Instituto Europeo de Posgrados en Madrid. Su experiencia laboral abarca roles como asesor académico, profesor de nivelación y docente de educación superior, impartiendo materias técnicas como Física, Matemática y Cálculo en diversas instituciones educativas de Ecuador. Además, cuenta con experiencia en el sector industrial como Supervisor Electrónico. Esta combinación de conocimientos técnicos, habilidades docentes y experiencia práctica le proporciona una perspectiva integral y valiosa para abordar temas relacionados con la ingeniería, la educación y la seguridad ocupacional.

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
SUDAMERICANO
Quito, Ecuador
Yo soy del INTESUD

En su libro "Matemática básica" destaca la importancia de una educación sólida, lo que se refleja en la necesidad de formar individuos capaces de enfrentar y resolver problemas complejos, tomar decisiones informadas y contribuir al desarrollo científico y tecnológico del país. El trabajo, hace énfasis en las aplicaciones prácticas, que son innumerables, desde la gestión de finanzas personales hasta la comprensión de fenómenos naturales. El autor resalta que la matemática está presente en muchos aspectos de la vida diaria, y su comprensión es necesaria para el estudio avanzado en áreas como la física, la química, la economía y la informática; sin dejar de lado a otras materias pertenecientes a carreras como la Gastronomía, la Protección del Medio Ambiente, Administración y Marketing. Se tiene en mente que muchas profesiones requieren competencias matemáticas, desde la ingeniería hasta la contabilidad y las ciencias sociales, lo que demuestra la preparación que ofrece para el mercado laboral.

Los temas abordados en el libro se presentan de manera clara y accesible, con explicaciones paso a paso que facilitan la comprensión. También, se incluyen ejemplos prácticos y problemas contextualizados que muestran cómo la matemática se aplica en situaciones reales, especialmente en el contexto ecuatoriano.

El libro contiene una amplia variedad de ejercicios y actividades diseñadas para reforzar el aprendizaje y promover la práctica constante. Sumados a los contenidos teóricos, el libro enfatiza el desarrollo de competencias matemáticas, como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la capacidad de argumentar matemáticamente.

En conclusión, "Matemática Básica" es más que un simple libro de texto; es una herramienta educativa diseñada para empoderar a los estudiantes, facilitando el aprendizaje de la matemática de manera efectiva y significativa. A través de un enfoque pedagógico centrado en el estudiante, este libro contribuirá a formar individuos preparados para enfrentar los retos del mundo moderno, utilizando la matemática como una herramienta clave para el éxito personal y profesional.

YOL EDITORIAL

ISBN: 978-9942-7209-8-6
9 789942 720986

(+593) 99-565-5266 consejo@yoleditorial.com www.yoleditorial.com Pedro Vicente Maldonado y Vicente Andrade, 2-18, Quito, Ecuador.


MATEMÁTICA
BÁSICA
LUIS MIGUEL
MOLINA HERRERA